

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ТРУДЫ СЕССИИ ОТДЕЛЕНИЯ НАУК О ЗЕМЛЕ НА ДАЛЬНЕМ ВОСТОКЕ

# ПРОБЛЕМА ЦУНАМИ

ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
МОРСКИХ РАЗРУШИТЕЛЬНЫХ ВОЛН  
ОТ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ  
И ИХ ОПЕРАТИВНЫЙ ПРОГНОЗ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
Москва

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ УЗНАВАНИЯ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛЕНИЯ МЕЛКИХ И ГЛУБОКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ЗАПИСИ

И. Л. Нерсесов, В. Ф. Писаренко, Т. Г. Раутиан,  
Н. А. Смирнова, В. И. Халтурин

### 1. СПОСОБЫ УЗНАВАНИЯ

В различных областях науки и техники в настоящее время применяются так называемые «методы узнавания», позволяющие разделять явления или объекты на два или несколько классов по некоторым признакам. В таких задачах, как правило, каждый из признаков в отдельности не позволяет вести различие безошибочно, однако применение нескольких признаков в совокупности позволяет улучшить классификацию и снизить процент ошибочных решений.

Мы опишем ниже три способа узнавания и проиллюстрируем их на примере разделения землетрясений на глубокие и мелкие по динамическим признакам записи (материал для примера взят из работы [1]). Кроме того, будет описан способ прогноза глубины землетрясения.

Статистически задача узнавания (задача статистической проверки гипотез) ставится следующим образом. Пусть выделены несколько признаков, измеряемых параметрами  $a_1, \dots, a_n$ . Таки ми параметрами могут быть, например, амплитуды и периоды некоторых волн сейсмической записи, характеристики огибающей записи и т. д. Имеется  $N_1$  наблюдений наборов этих параметров для одного класса явлений (скажем, для мелких землетрясений) и  $N_2$  наблюдений для другого класса (скажем, для глубоких). Слова «мелкий» и «глубокий» употребляются в условном смысле: глубина, отделяющая мелкие землетрясения от глубоких, была выбрана нами в основном произвольно. Глубокими мы считали землетрясения с очагом ниже 100 км. Каждое наблюдение, таким образом, представляет собой вектор, состоящий из  $n$  компонент.

Эти две выборки с известными ответами (т. е. с известной глубиной) служат для обучения, т. е. для составления такой комбинации этих признаков, которая лучше всего различала бы наши два класса. Термин «лучше всего» понимается в смысле наименьшей частоты (вероятности) ошибочных решений. Термин «комбинация параметров» означает «некоторая функция от этих параметров».

### А. Первый способ узнавания. Произведение одномерных плотностей вероятности

Этот способ подробно описан в [1]. Состоит он в следующем. По выборкам с известным ответом строятся оценки одномерных плотностей вероятностей для каждого из параметров  $a_1, \dots, a_n$  и для обоих классов. Так, например, берется первый параметр  $a_1$  и строится оценка плотностей вероятности этого параметра  $\hat{f}_1(x)$  по  $N_1$  наблюдениям первой выборки, а также оценка  $\hat{g}_1(x)$  плотности вероятности  $a_1$  по  $N_2$  наблюдениям второй выборки. Оценку плотности рекомендуется делать следующим образом. Сначала нужно построить гистограмму частот данного параметра, разделив всю область изменения параметра на 7—12 интервалов (необязательно равных). Если наблюдений сравнительно мало (2—3 десятка), то можно делить область изменения на 5—7 интервалов. Если же наблюдений порядка сотни или больше, то можно брать 10—12 интервалов. Затем гистограмму необходимо сгладить, либо проводя плавную кривую от руки, либо пользуясь одним из методов численного сглаживания (численной низкочастотной фильтрации). Сглаженная гистограмма и будет оценкой  $\hat{f}_1(x)$  плотности вероятности параметра  $a_1$  для первого класса. Аналогично получают и остальные оценки плотностей:

$$\hat{g}_1(x); \hat{f}_2(x), \hat{g}_2(x); \dots; \hat{f}_n(x), \hat{g}_n(x).$$

Разделяющая функция берется в виде

$$F(x_1, \dots, x_n) = \frac{\hat{f}_1(x_1)\hat{f}_2(x_2)\dots\hat{f}_n(x_n)}{\hat{f}_1(x_1)\dots\hat{f}_n(x_n) + \hat{g}_1(x_1)\dots\hat{g}_n(x_n)}. \quad (1)$$

Решение выносится следующим образом. Если на сейсмической записи с неизвестной глубиной имеются параметры  $z_1, \dots, z_n$ , то надо подсчитать  $F(z_1, \dots, z_n)$  по формуле (1) и сравнить полученное значение с некоторой константой  $K$  ( $0 \leq K \leq 1$ ). Если  $F(z_1, \dots, z_n) > K$ , то следует считать явление принадлежащим к I классу, если  $F(z_1, \dots, z_n) \leq K$  — ко II классу. Изменяя константу  $K$  от нуля до единицы, мы можем менять соотношение ошибок I и II рода (ошибка I рода — это принять мелкое землетрясение за глубокое, ошибка II рода — принять глубокое за мелкое). Если априорные вероятности первого и второго классов одинаковы (0,5), и важность ошибок I и II рода для нас также одинакова, то надо взять  $K = 0,5$ .

Этот способ хорошо применять в тех случаях, когда параметры слабо зависимы и число их невелико. Если  $n > 10$ , то использовать этот способ не рекомендуется.

### Б. Второй способ узнавания. Линейный критерий (дискриминантный анализ)

Линейный критерий является оптимальным для случая, когда: 1) обоим классам соответствует многомерное гауссовское распределение параметров  $a_1, \dots, a_n$ ; 2) матрица корреляций этих параметров одинакова для обоих классов и точно известна (см. [2]). Если матрицу корреляций обозначить:

$$\{r_{ij}\} = R,$$

а средние значения параметров:

для I класса через  $a_1, \dots, a_n$ ,

для II класса через  $A_1, \dots, A_n$ ,

то различающая функция  $F(x_1, \dots, x_n)$  (ее называют в этом случае дискриминантной) имеет вид:

$$F(x_1, \dots, x_n) = \bar{x}^* R^{-1} (\bar{\alpha} - \bar{A}) = \sum_{i,j=1}^n \rho_{ij} x_i (\alpha_j - A_j), \quad (2)$$

где  $\{\rho_{ij}\} = R^{-1}$  — матрица, обратная к  $R$ . Решение принимается так же как и выше, путем сравнения  $F(z_1, \dots, z_n)$  с некоторой пороговой константой  $K$ :

если  $F(z_1, \dots, z_n) > K$ , то  $\bar{z} = (z_1, \dots, z_n)$  принадлежит к I классу;

если  $F(z_1, \dots, z_n) \leq K$ , то  $\bar{z}$  принадлежит ко II классу.

Константа  $K$  в отличие от первого критерия может быть выбрана от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Величина  $F(z_1, \dots, z_n)$  имеет гауссовское распределение с дисперсией

$$D = \sum_{i,j=1}^n (\alpha_i - A_i)(\alpha_j - A_j) \rho_{ij}$$

и средними значениями

$$M_1 = \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \rho_{ij} (\alpha_j - A_j) \text{ для явлений I класса;}$$

$$M_2 = \sum_{i,j=1}^n A_i \rho_{ij} (\alpha_j - A_j) \text{ для явлений II класса.}$$

Изменяя  $K$ , мы можем добиться нужного нам соотношения между вероятностями ошибок I и II рода.

Однако линейный критерий применяют и тогда, когда предположения 1) и 2), указанные в начале пункта, не выполнены. В этом случае он, вообще говоря, не будет оптимальным. Если задача ставится так, как описано во введении, то надо действовать следующим образом. Взять выборочные корреляционные матрицы  $\hat{R}_1$  и  $\hat{R}_2$ , сосчитанные по выборкам объемов  $N_1$  и  $N_2$ ;

усреднить их по формуле:

$$\hat{R} = \frac{N_1 \hat{R}_1 + N_2 \hat{R}_2}{N_1 + N_2}.$$

Найти выборочные средние (средние арифметические значения) параметров  $a_1, \dots, a_n$  для I и для II классов:

$$\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_n \text{ для I класса;}$$

$$\hat{A}_1, \dots, \hat{A}_n \text{ для II класса.}$$

Затем в формуле (2) использовать вместо истинных величин  $R^{-1}, a_i, A_j$ , их выборочные аналоги  $\hat{R}^{-1}, \hat{\alpha}_i, \hat{A}_j$ . Дискриминантный анализ не рекомендуется применять для сильно отличающихся матриц  $\hat{R}_1$  и  $\hat{R}_2$  и в тех случаях, когда распределения значений параметров  $a_1, \dots, a_n$  в выборках сильно отличны от нормального распределения. При обращении выборочной матрицы корреляции  $\hat{R}$  иногда полезен следующий практический рецепт: добавить к  $\hat{R}$  диагональную матрицу, элементы которой составляют 0,2—0,3 от соответствующих диагональных элементов матрицы  $\hat{R}$ , т. е. обращать матрицу

$$\begin{pmatrix} 1,2\hat{r}_{11} & \hat{r}_{12} & \dots & \hat{r}_{1n} \\ \hat{r}_{21} & \hat{r}_{22} & \dots & \hat{r}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}_{n1} & \hat{r}_{n2} & \dots & 1,2\hat{r}_{nn} \end{pmatrix}$$

Распределение дискриминантной функции теперь уже нельзя считать нормальным, и вероятности ошибок I и II рода следует оценивать эмпирически по дополнительным выборкам с известным ответом.

### В. Третий способ узнавания.

#### Оценка многомерных плотностей вероятности с помощью метода потенциалов

В работе [3] изучена оценка неизвестной многомерной плотности вероятности (скажем, плотности  $f(x_1, \dots, x_n)$  параметров  $a_1, \dots, a_n$  для I класса) по выборке конечного объема. Пусть дана выборка объема  $N_1$ :

$$\begin{matrix} \bar{x}_1 = (x_1^1, \dots, x_n^1), \\ \vdots \\ \bar{x}_{N_1} = (x_1^{N_1}, \dots, x_n^{N_1}). \end{matrix}$$

Оценка  $\hat{f}(x_1, \dots, x_n)$  ищется в виде

$$\hat{f}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} P_\sigma(\bar{x}_i - \bar{x}), \quad (3)$$

где  $P_\sigma$  — потенциальная функция, имеющая вид

$$P_\sigma(\bar{x}_i - \bar{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} s_1 \dots s_n \sigma^n} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{(x_k^i - x_k)^2}{s_k^2 \sigma^2} \right\}.$$

Здесь  $s_i^2$  означает выборочную оценку дисперсии параметра  $a_i$  (для I класса); параметр  $\sigma$  должен выбираться, исходя из размерности  $n$  вектора  $(a_1, \dots, a_n)$  и числа  $N_1$  векторов в выборке. Качественно ясно, что чем больше  $N_1$ , тем меньше надо брать  $\sigma$ , а чем больше  $n$ , тем больше надо брать  $\sigma$ .

В [3] найдены для отдельных значений  $(N_1, n)$  наилучшие соответствующие этим значениям величины параметра  $\sigma$ . Аналогично ищется оценка  $\hat{g}(x_1, \dots, x_n)$  плотности вероятности параметров  $a_1, \dots, a_n$  для II класса. После этого составляется функция

$$F(x_1, \dots, x_n) = \frac{\hat{f}(x_1, \dots, x_n)}{\hat{f}(x_1, \dots, x_n) + \hat{g}(x_1, \dots, x_n)},$$

и решение принимается так же, как в первом критерии. Заметим, что при  $n > 10$  предлагаемый способ оценки плотностей вероятности становится неэффективным. Если фактическое число параметров превышает 10, то можно сначала разбить их на несколько групп (так, чтобы в каждую группу попало не более 10 параметров), по возможности таким образом, чтобы параметры разных групп были не сильно статистически зависимы. Затем необходимо внутри каждой группы оценить плотность с помощью метода потенциалов и полученные для разных групп оценки перемножить.

### Г. Четвертый способ узнавания.

#### Линейный прогноз неизвестного параметра

Пусть наблюдаются  $N$  раз параметры  $a_1, \dots, a_n$ . Для каждого из  $N$  векторов выборки

$$\bar{x}_1 = (x_1^1, \dots, x_n^1);$$

$$\bar{x}_N = (x_1^N, \dots, x_n^N);$$

задано еще значение некоторого параметра  $y$  (глубины очага):

$$\text{для } \bar{x}_1 - y_1,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\text{для } \bar{x}_N - y_N.$$

Как построить наилучший линейный прогноз параметра  $y$  по параметрам  $a_1, \dots, a_n$ , т. е. как найти коэффициенты  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$ , чтобы имело место равенство:

$$M \left[ y - \lambda_0 - \sum_{i=1}^n \lambda_i a_i \right]^2 = \min,$$

где  $M$  — знак математического ожидания? Если бы истинные средние значения параметров  $y, a_1, \dots, a_n$  (обозначим их  $\bar{y}, \bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n$ ) и матрица корреляций этих параметров (обозначим ее  $R$ ) были известны, то ответ на наш вопрос был бы известен (см., например, [4]):

$$\lambda_0 = \bar{y} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{a}_i;$$

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^n \rho_{ij} r_j,$$

где  $\{\rho_{ij}\}$  — матрица, обратная к матрице корреляций  $R_1$  параметров  $a_1, \dots, a_n$ :

$$R_1 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{pmatrix}; \quad r_{ij} = M(a_i - \bar{a}_i)(a_j - \bar{a}_j),$$

а  $r_j = M(y - \bar{y})(a_j - \bar{a}_j)$ .

Так же как и в случае линейного критерия, этот способ прогнозирования можно использовать и тогда, когда  $R, \bar{a}_i$  неизвестны, а имеется только выборка конечного объема  $N$ . В этом случае также нужно вместо истинных значений  $R, a_i$  подставить их выборочные значения. При обращении матрицы  $\hat{R}_1$ , так же как и для линейного критерия, рекомендуется добавлять к ней диагональную матрицу, члены которой составляют 0,2—0,3 от членов матрицы  $\hat{R}_1$ .

## 2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ УЗНАВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ СРЕДНЕЙ АЗИИ

Рассмотренные в первой части методы узнавания были применены к распознаванию глубоких и мелких землетрясений Средней Азии по динамическим характеристикам записи колебаний. В качестве признаков были взяты:

$a_1$  — время от первого вступления до наступления максимума в волне  $P$ ;

$a_2$  — видимая частота волны  $P$ , соответствующая максимальным смещениям;

$a_3$  — видимая частота волны  $S$ .

Был опробован также (только первым способом) параметр

$a_4: \frac{A_p}{A_\phi}$  — отношение  $A_p$  — амплитуды волны  $P$  — к средней амплитуде  $A_\phi$  — между  $P$ - и  $S$ -волнами. Этот параметр оказался малоэффективным и в дальнейшем не использовался.

Материалом для обучения послужили две выборки  $N_1 = N_2 = 50$  глубоких и мелких землетрясений из района Средней Азии. Все записи получены на одной из расположенных в Киргизии станций Комплексной сейсмологической экспедиции ИФЗ АН СССР (КСЭ). Эпицентральные расстояния не выходили из интервала 700—800 км. Для контроля эффективности метода и оценки вероятностей ошибок использовались еще две выборки объемом по 20 землетрясений каждая.

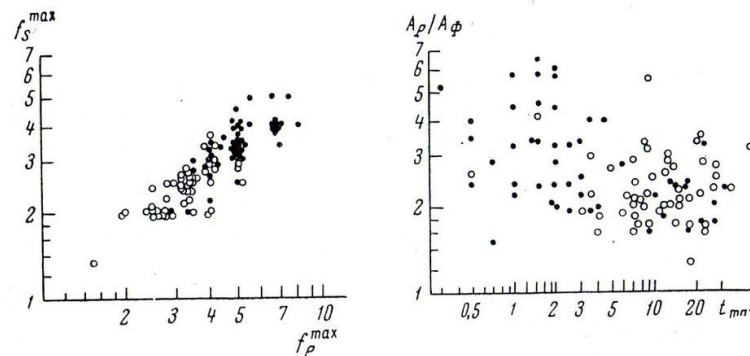


Рис. 1. Наблюдаемые значения пар параметров  $a_2 = f_p^{\max}, a_3 = f_s^{\max}, a_1 = t_{\max}, a_4 = A_p/A_\phi$

На рис. 1 приведены данные, показывающие корреляцию между двумя парами параметров —  $a_1$  и  $a_4, a_2$  и  $a_3$ , — на материале обучения — выборках  $N_1$  и  $N_2$ .

К этому материалу были применены изложенные выше методы. Результаты оказались следующими.

### А. Первый способ

На рис. 2 показаны гистограммы числа землетрясений в зависимости от величины параметра. Внизу каждого из графиков рис. 2 показана кривая вероятности  $p$  того, что землетрясение является глубоким, в зависимости от значения параметра.

На рис. 3 показана зависимость величины ошибок  $\alpha$  и  $\beta$ , а также общего числа ошибок  $(\alpha + \beta)/2$  от значения различающей функции — произведения частных вероятностей, подсчитанных по материалу обучения. Это характеризует ожидаемую эффективность различения. Минимум суммарной ошибки здесь достигается при пороговом значении  $K = 0,4$ . Суммарная ошибка составляет при равных априорных вероятностях 12%.

Контрольная выборка подтверждает это значение эффективности. На рис. 4 сплошной линией показана зависимость  $\hat{\alpha}(\hat{\beta})$  по контрольной выборке. Здесь  $(\alpha + \beta)/2 = 10\%$ .

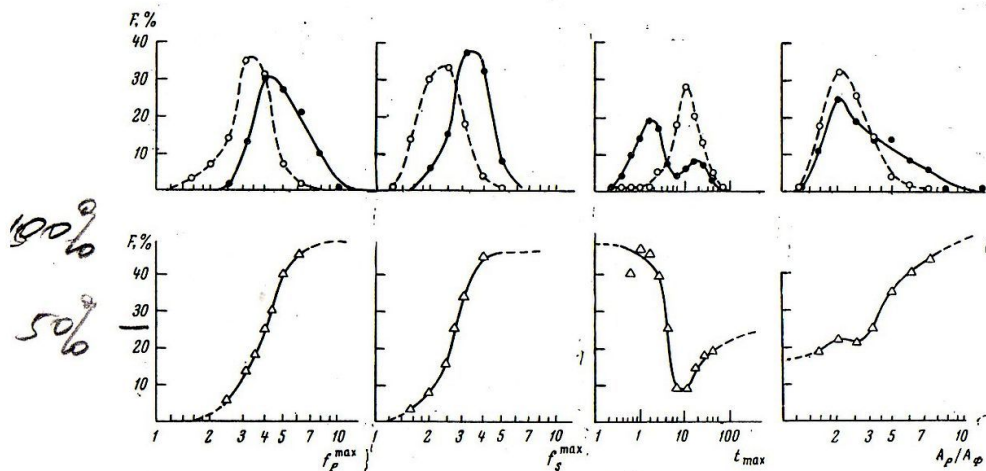


Рис. 2. Сглаженные гистограммы для отдельных параметров (в %) (вверху) и разделяющие функции для отдельных параметров (в %) (внизу)  
Штриховая линия — для мелких землетрясений; сплошная — для глубоких

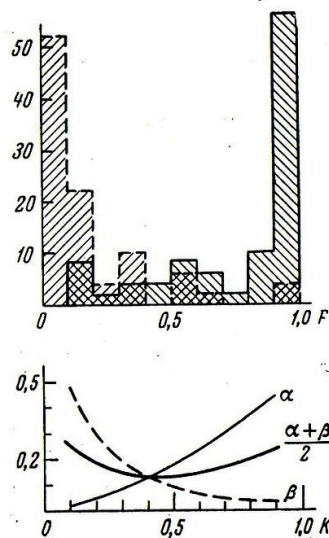


Рис. 3. Графики, показывающие, в каком проценте случаев разделяющая функция принимала данное значение (вверху) и графики ошибок  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $(\alpha + \beta)/2$  в зависимости от пороговой константы  $K$  (внизу)

Штриховая линия — для мелких землетрясений; сплошная — для глубоких

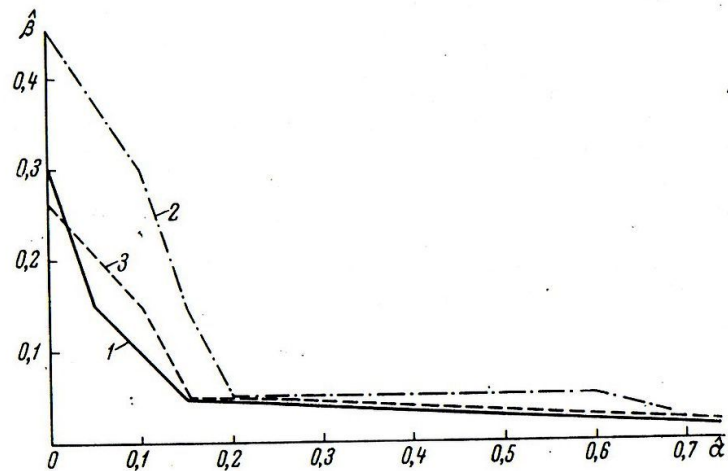


Рис. 4. Зависимость между вероятностями ошибок  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\beta}$  по контрольной выборке  
1 — для первого способа; 2 — для второго способа; 3 — для третьего способа узнавания

### Б. Второй способ

Получены следующие значения:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_1 &= 6,14 & \hat{A}_1 &= 13,16 \\ \hat{\alpha}_2 &= 4,98 & \hat{A}_2 &= 3,31 \\ \hat{\alpha}_3 &= 3,41 & \hat{A}_3 &= 2,43 \end{aligned}$$

$$\hat{R}_1 = \begin{pmatrix} 62,72 & -0,13 & 0,82 \\ & 1,37 & 0,60 \\ & & 0,49 \end{pmatrix}$$

$$\hat{R}_2 = \begin{pmatrix} 84,01 & -0,81 & -1,22 \\ & 0,58 & 0,26 \\ & & 0,21 \end{pmatrix}$$

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 73,37 & -0,47 & -0,20 \\ & 0,97 & 0,43 \\ & & 0,35 \end{pmatrix}$$

$$\hat{R}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0136 & 0,0067 & -0,0004 \\ & 2,1741 & -2,6150 \\ & & 5,9707 \end{pmatrix}$$

Значения  $F$  приведены в таблице, а соотношение ошибок  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$  показано на рис. 4 штрих-пунктиром.

### В. Третий способ

Значение  $\sigma$  здесь было выбрано равным 0,8. Значения  $F$  приведены в таблице, соотношение  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$  дано пунктиром на рис. 4. Относительно сравнительной эффективности этих трех способов можно сказать следующее.

Наилучшим и наиболее простым оказался первый способ (умножение частных вероятностей). Почти ту же эффективность дал третий способ. Несколько хуже их оказался второй способ. Разумеется, данные эти не слишком надежны ввиду малого объема контрольных выборок.

В общем, применяя тот или иной способ, удалось получить 85—90% правильных решений; 10—15% решений были ошибочными.

Результаты применения способов узнавания к контрольным выборкам

№ землетрясения	Использованные параметры				Различающая функция $F$			Прогноз глубины	Ошибка прогноза
	$a_1 = t_{\max}$	$a_2 = f_p$	$a_3 = f_s$	$y = h$	I способ	II способ	III способ		

Глубокофокусные землетрясения

1	1,5	3,6	3,6	190	0,93	8,90	0,845	146	-44
2	1	6,6	4,0	200	0,999	12,61	1,0	308	-108
3	17,5	5,0	3,7	220	0,85	10,56	0,942	145	-75
4	11	10,0	5,0	200	0,97	16,73	1,0	468	+268
5	1	6,0	5,0	160	0,998	13,48	1,0	320	+160
6	1	5,0	3,7	215	0,993	10,52	0,973	219	+4
7	0,7	5,0	3,6	200	0,995	10,40	0,970	216	+16
8	2,5	6,6	5	220	0,997	14,96	1,0	343	+143
9	18,0	5	3,3	240	0,80	9,86	0,856	126	-114
10	0,75	6,7	4	180	0,909	12,73	1,0	314	+134
11	1,5	5,0	3,7	230	0,99	10,58	0,972	217	-13
12	2	6,7	3,7	200	0,998	12,18	1,0	296	+96
13	20	4,7	4,0	200	0,87	10,58	0,952	132	-68
14	20	7,0	6,7	213	0,98	16,94	1,0	353	+140
15	1,5	6,7	4,0	200	0,999	12,67	1,0	311	+111
16	1,0	7,0	5,0	210	0,999	14,50	1,0	368	+258
17	1,5	6,7	3,3	200	0,98	11,63	1,0	282	+82
18	1,5	3,3	2,5	230	0,94	6,96	0,349	86	-144
19	4,5	4,2	2,6	120	0,35	7,87	0,605	120	0
20	3,6	3,1	2,7	150	0,29	6,97	0,393	75	-75

Продолжение

№ землетрясения	Использованные параметры				Различающая функция $F$			Прогноз глубины	Ошибка прогноза
	$a_1 = t_{\max}$	$a_2 = f_p$	$a_3 = f_s$	$y = h$	I способ	II способ	III способ		
Мелкофокусные землетрясения									
1	23,7	3,3	2,8	20	0,21	7,33	0,214	-1	
2	7,5	2,5	2,0	20	0,007	5,09	0,130	0	
3	14,5	2,2	1,8	20	0,003	4,73	0,157	-54	
4	7,5	2,9	2,5	20	0,02	6,04	0,235	40	
5	28,6	2,5	1,5	20	0,005	4,54	0,190	-115	
6	1,0	6,7	5,0	20	0,999	14,19	1,0	354	
7	14,5	3,4	2,5	20	0,05	7,02	0,202	32	
8	21,0	4,0	2,0	20	0,08	6,89	0,134	12	
9	29,6	2,9	2,2	20	0,04	5,98	0,08	-72	
10	18,3	2,2	1,8	20	0,05	4,76	0,182	-71	
11	16,0	2,9	2,0	20	0,015	5,73	0,116	-18	
12	20,0	4,0	3,0	20	0,42	8,38	0,576	57	
13	14,0	2,4	2,0	20	0,007	5,31	0,113	-34	
14	18,5	3,0	2,15	20	0,03	6,11	0,118	-17	
15	16,0	3,1	2,6	20	0,07	6,89	0,193	15	
16	18,7	2,7	1,8	20	0,02	5,27	0,147	-49	
17	7,8	2,2	2,1	20	0,007	4,71	0,085	-11	
18	3,0	3,6	3,0	20	0,61	8,88	0,651	114	
19	23,0	3,3	3,0	20	0,23	7,63	0,709	10	
20	5,0	3,3	3,0	20	0,23	7,40	0,592	91	

Примечание. Для мелкофокусных землетрясений 10-я колонка не заполнялась, поскольку прогноз глубины, даваемый в 9-й колонке, давал иногда отрицательные значения. В этих случаях естественно принимать глубину равной нулю.

### Г. Прогноз глубины

Так как точных данных о глубинах для мелких очагов у нас не было, мы условно отнесли их все к глубине  $H = 20$  км. Матрица корреляций  $\hat{R}$  здесь та же, что и для второго критерия. Коэффициенты прогноза имеют значения:  $\lambda_0 = -168$ ,  $\lambda_1 = -45$ ,  $\lambda_2 = 48$ ,  $\lambda_3 = 41$ . Значения прогнозируемых глубин приведены в таблице.

Надо сказать, что в данной задаче линейный прогноз оказался мало эффективным. В некоторых случаях прогноз дает отрицательные значения для глубины. Это получилось за счет того, что линейная форма, в виде которой ищется прогноз, может при-

нимать и отрицательные значения. Для функции  $\log h$  прогноз оказался не лучше.

По-видимому, причина здесь не только в малом объеме материала, который при большом рассеянии параметров не позволяет получить надежные результаты. Определенную роль может играть и то обстоятельство, что зависимость каждого из параметров от глубины очага более сложная, так что с помощью аппарата прогноза следовало бы искать не саму глубину, а некоторую монотонную функцию от нее. Отсутствие данных о точных глубинах мелких очагов вряд ли сильно ухудшило положение.

Однако малая эффективность прогноза, полученная по данному материалу, не говорит еще о безнадежности таких попыток вообще. Здесь нужны поиски не математического, а чисто сейсмологического направления.

Если будут найдены новые, более эффективные параметры, более детально и статистически надежно исследована их зависимость от глубины, а также от эпицентрального расстояния, то, по-видимому, применение методов прогноза глубины будет эффективным.

Отметим, что для использования рассмотренных методов при других эпицентральных расстояниях и в других регионах необходимо провести «процесс обучения» заново. Возможно, что существуют еще какие-нибудь характеристики записи, использование которых позволит улучшить эффективность разделения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Писаренко, Т. Г. Раутман. Статистическая классификация по нескольким признакам.— В сб. «Применение ЭВМ в сейсмологии». Изд-во «Наука», 1966.
2. Т. Андерсон. Введение в многомерный статистический анализ. Физматгиз, 1963.
3. В. Ф. Писаренко. Оценка многомерных плотностей вероятности (в печати).
4. Г. Рамер. Математические методы статистики. ИЛ, 1948.

Институт физики Земли АН СССР